CURSO DE : ensenyança-aprenentatge de matemaàtiques i ciencias a través d'internet

MANEJO DEL CABRI:

Un acercamiento al Análisis y la Estadística.

Diseño del primer archivo Cabri Géomètre II: la recta

1. Diseño del primer archivo Cabri Géomètre II: la recta.
(Figura_N_1 recta.fig)

En primer lugar detallaremos los pasos necesarios para diseñar un archivo que permita dibujar una recta e intervenir para modificar sus coeficientes. Partimos de la expresión explícita de la función lineal **y =ax+b** en la que **a** es la pendiente y **b** es la ordenada en el origen. Dibujaremos la gráfica de funciones lineales de forma que sea posible introducir cambios en estos dos parámetros y, con ellos se modifique la gráfica dibujada para que los estudiantes puedan comprobar el efecto de las variaciones en esos parámetros.

a) Definición del dominio de la variable independiente.

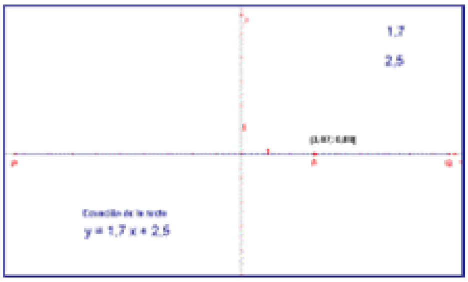
Mostrar los ejes.

Dibujamos un *Segmento* con extremos sobre el eje horizontal que será el intervalo sobre el que vamos a tomar los valores de x (el dominio).

Colocamos un *punto* sobre el eje de abscisas (en realidad sobre el segmento anterior.

b) Expresión algebraica de la recta.

Con Edición *Numérica* escribimos los números **1,7** y **2,5**. Estos números serán los valores que tomamos inicialmente como pendiente y ordenada en el origen



Creamos en la parte inferior un *Comentario* alargado que comienza por **y =** seguido de uno de los parámetros (señala **1,7** con el puntero y haz clic), después escribe **x**, seguido del signo **+** y del otro parámetro **2,5** (también lo tomamos de la edición numérica).

En este momento ya podemos ocultar las ediciones numéricas de 1,7 y 2,5 ya no serán utilizadas posteriormente

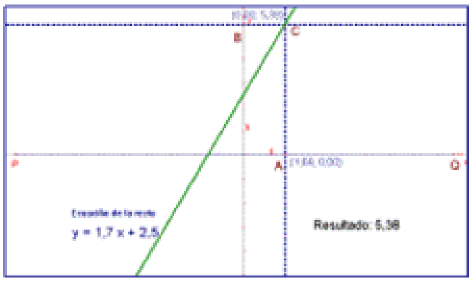
c) Dibujo de la función.

Con Ecuación y coordenadas obtenemos las coordenadas del punto A (en realidad sólo nos interesa la abscisa ya que la ordenada es 0).

Activamos la Calculadora para obtener el valor numérico de la función para el valor de la abscisa del punto A. Cuando tenemos el resultado, lo colocamos sobre la pantalla

Con Transferencia de medidas llevamos el resultado obtenido sobre el eje de ordenadas (primero hay que seleccionar todo en el resultado de la calculadora y hacer clic en la ventana de trabajo). Esto nos lleva a un punto B sobre el eje cuya ordenada es el valor obtenido

Con Recta perpendicular dibujamos las perpendiculares a los ejes por los puntos que representan las variables dependiente e independiente de la función. El punto C de intersección de estas rectas muestra uno de los puntos de la gráfica de la función.

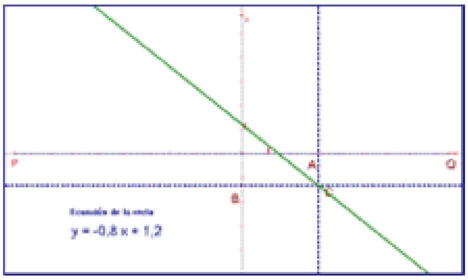


Utilizamos Lugar Geométrico de C respecto de A para obtener la gráfica correspondiente al dominio.

d) Exploración de la gráfica de la función.

Para modificar la ecuación coloca el cursor sobre uno de los dos parámetros. Utilizamos las flechas hacia arriba y hacia abajo para incrementar el valor del coeficiente.

El incremento puede ser mayor o menor dependiendo del lugar donde coloques el cursor en el número (el dígito que se incrementa es el que está a la izquierda de la posición donde colocamos el cursor).



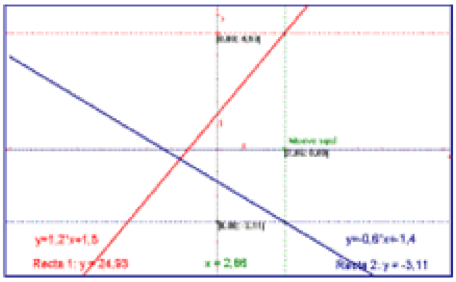
Podemos hacer que el punto C recorra los valores de la gráfica si realizamos la Animación de A sobre el segmento PQ.

Podemos ocultar las rectas perpendiculares y los números que no interesen con ocultar/mostrar.

[Ver Recta]

e) El trabajo con rectas admite nuevas posibilidades como:

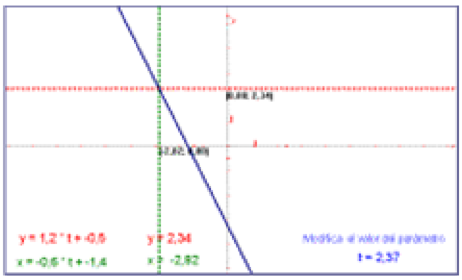
Dibujar [dos rectas] con las normas dadas anteriormente y estudiar la posición relativa y el punto de corte. Modificar las ecuaciones y estudiar el comportamiento: paralelismo y perpendicularidad.



Analizar la [posición relativa] de dos rectas.

Estudiar las rectas en su forma [paramétrica.]

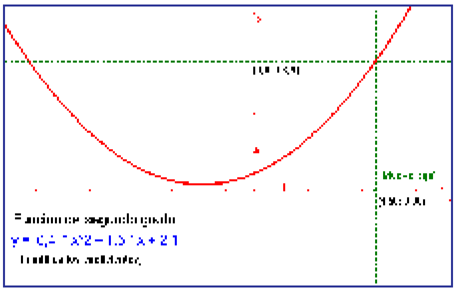
[Inecuaciones].



2. Otras funciones. (ver ejemplo Figura_2_parabola.fig)

Se puede cambiar la escala únicamente en un eje.

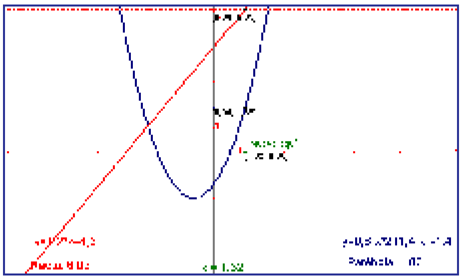
Podemos dibujar funciones cuadráticas, (hay que preparar tres elementos de *Edición numérica* para los coeficientes), En la ecuación $y = ax^2 + bx + c$ es interesante hacer cambios en cada uno de los coeficientes y comprobar las transformaciones que provoca cada uno en la forma de la parábola.



Los cambios se ven mejor si escribimos la ecuación en la forma $y = a(x-b)^2 + c$. Ver cuadrática 2.

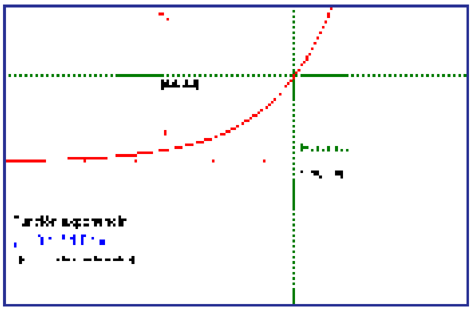
Del mismo modo podríamos dibujar la polinómica de cualquier grado. Ver cúbica.

En el punto de corte de una recta y una parábola, podemos hacer que la recta sea paralela al eje de abscisas (**y=k**) y comprobar que el vértice está situado en el punto medio de los puntos de corte aprovechando el eje de simetría vertical de la parábola.

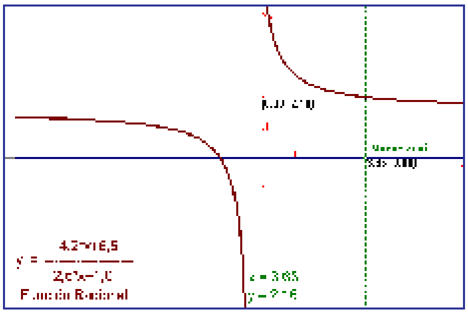


También podemos dibujar la función exponencial y la racional.

y= a b^{x}

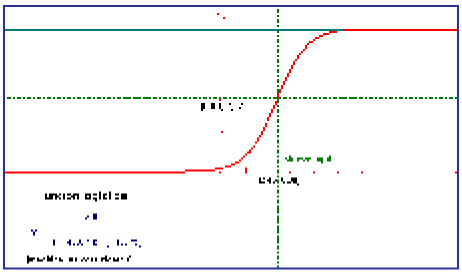


y= (ax+b)/(cx+d)

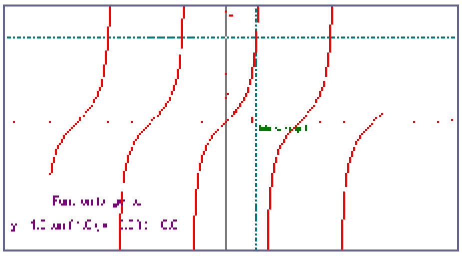


Otra función interesante es la logística que explica la evolución de muchas especies vivas. Es del tipo **y=A/(Be^{-kx})**

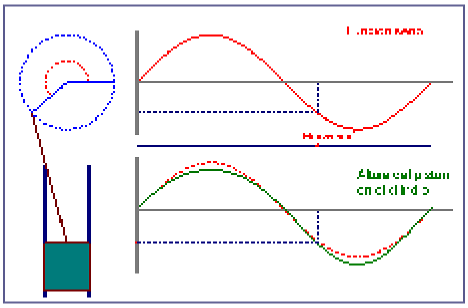
En ella podemos encontrar significados los parámetros del tipo “cantidad máxima de individuos” o “velocidad de crecimiento de la población”.



De la misma forma podemos analizar las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.



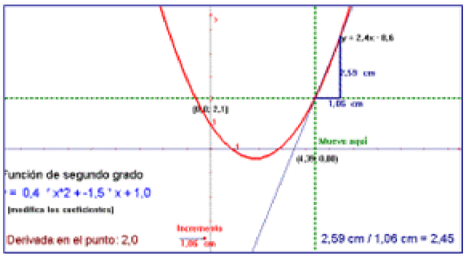
Se puede comparar la función seno con el movimiento del émbolo en el pistón del motor de explosión



3. Los conceptos de derivada e integral.

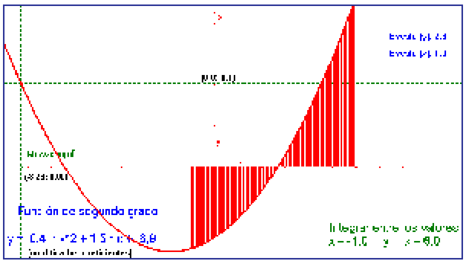
Cabri puede aportar significado geométrico al concepto de derivada. Dada una función de las estudiadas anteriormente, como la cuadrática, podemos tomar un segmento de longitud variable que indique el incremento que tomamos en la variable independiente a partir de un punto cualquiera.

Después dibujamos el incremento medido sobre la ordenada y trazamos la recta secante. Para que se dibuje la tangente no tenemos más que hacer el incremento todo lo pequeño que podamos.



Ver derivada en un punto.   Ver función derivada

También podemos tener una aproximación al concepto de integral definida. Si bien no se calcula el área, al menos podremos determinar la región encerrada entre una curva y el eje de abscisas entre dos límites.



Esto se consigue con un segmento S que tiene un extremo A sobre la curva y el otro B sobre otro segmento T dibujado previamente (con extremos en los límites de integración). El lugar geométrico de los segmentos S respecto al punto A dibujará cincuenta segmentos con las condiciones prefijadas que darán la imagen del sombreado de la región deseada. Ver Área bajo una curva.

De forma parecida podemos sombrear la región determinada entre dos curvas tomando como punto de partida los segmentos que son paralelos al eje de ordenadas y tienen los extremos sobre las dos curvas. Ver área entre dos curvas.